Annexe : Produit vectoriel

Le produit vectoriel entre deux vecteurs $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_x \\ \mathbf{a}_y \\ \mathbf{a}_z \end{bmatrix}$ et $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_x \\ \mathbf{b}_y \\ \mathbf{b}_z \end{bmatrix}$ est défini de la manière suivante :

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_y\mathbf{b}_z - \mathbf{a}_z\mathbf{b}_y \\ \mathbf{a}_z\mathbf{b}_x - \mathbf{a}_x\mathbf{b}_z \\ \mathbf{a}_x\mathbf{b}_y - \mathbf{a}_y\mathbf{b}_x \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Le vecteur résultant est orthogonal aux vecteurs $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$. Le produit vectoriel peut se réécrire sous la forme d'un produit matrice-vecteur de la manière suivante :

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = [\mathbf{a}]_\times \mathbf{b}, \tag{2}$$

où la fonction $[\cdot]_\times : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{3\times 3}$ transforme un vecteur de taille 3 en une matrice antisymétrique de taille 3×3 :

$$[\mathbf{a}]_\times = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{a}_z & \mathbf{a}_y \\ \mathbf{a}_z & 0 & -\mathbf{a}_x \\ -\mathbf{a}_y & \mathbf{a}_x & 0 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Cette écriture matricielle du produit vectoriel est importante en vision par ordinateur, notamment dans le contexte de la géométrie épipolaire.